

	Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León	MATEMÁTICAS II	EJERCICIO Nº Páginas: 2
---	---	-----------------------	--

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcular, cuando sea posible, las matrices $C \cdot B^t$, $B^t \cdot C$, $B \cdot C$. **(0,75 puntos)**

b) Hallar a para que el sistema $x \cdot A + y \cdot B = 4 \cdot C$ de tres ecuaciones y dos incógnitas x e y , sea compatible determinado y resolverlo para ese valor de a . **(1,75 puntos)**

E2.- Sean los puntos $A(1, 2, -1)$, $P(0, 0, 5)$, $Q(1, 0, 4)$ y $R(0, 1, 6)$.

a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A , es paralela al plano que pasa por los puntos P , Q y R , y tal que la primera componente de su vector director es doble que la segunda. **(1,75 puntos)**

b) Hallar la distancia del punto A al plano que pasa por P , Q y R . **(0,75 puntos)**

E3.- Sea la función $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} + bx & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ c \ln x & \text{si } 1 < x \end{cases}$. Hallar a , b y c sabiendo que $f(x)$ es

continua en $(0, \infty)$, la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = \frac{1}{16}$ es paralela a la

recta $y = -4x + 3$, y se cumple que $\int_1^e f(x) dx = 2$. **(2,5 puntos)**

E4.- a) Estudiar el crecimiento de la función $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$. **(1 punto)**

b) Probar que la ecuación $x^3 + 3x^2 - 3 = 0$ tiene exactamente tres soluciones reales. **(1,5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$.

- a) ¿Para qué valores de a la matriz A es inversible? **(0,5 puntos)**
- b) Estudiar el rango según los valores de a . **(0,5 puntos)**
- c) Hallar a para que se cumpla $A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot A$. **(1,5 puntos)**

E2.- Sean los puntos $P(1, 4, -1)$, $Q(0, 3, -2)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y - z = 4 \end{cases}$.

- a) Hallar la ecuación del plano que pasa por P , por un punto R de la recta r y es perpendicular a la recta que pasa por Q y por R . **(1,5 puntos)**
- b) Hallar el ángulo que forman la recta r y el plano $\pi \equiv x - y - 3 = 0$. **(1 punto)**

E3.- Sea la función $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$.

- a) Calcular sus asíntotas y estudiar su crecimiento y decrecimiento. **(1 punto)**
- b) Dibujar el recinto comprendido entre la recta $y = 1$, la gráfica de la función $f(x)$, el eje OY y la recta $x = 2$; calcular el área de dicho recinto. **(1,5 puntos)**

E4.- Determinar, de entre los triángulos isósceles de perímetro 6 metros, el que tiene área máxima. **(2,5 puntos)**